整体范畴论涵盖还原集合论，而非相反

朱建兵 [1]

[1] ECT-OS-JiuHuaShan 文明实验室

ORCID: 0009-0006-8591-1891

DOI: 10.5281/zenodo.19381946

Email: ect-os-jiuhuashan@zohomail.cn

2026 年 4 月 2 日

摘要

本文严格论证“整体范畴论涵盖还原集合论，而非相反”这一命题。我们首先明确定义“涵盖”为语法层可解释性（interpretability）：存在一个从集合论公理体系 ZFC 到范畴论公理体系 CETCS 的递归可计算翻译，使得 ZFC 的每个定理在翻译后成为 CETCS 的定理。通过分析集合范畴 **Set** 作为范畴论的特例、Lawvere 的 ETCS 公理化、高阶范畴与同伦类型论的发展，以及 Yoneda 嵌入所揭示的对象由其关系网络决定的整体论本质，我们证明：范畴论在概念丰富性、表达能力和元数学基础地位上严格包含集合论，而集合论无法反向涵盖范畴论。本文的贡献包括：(1) 给出了从 ZFC 到 CETCS 的一个具体解释映射框架，并详细处理了外延性、迭代隶属与良基公理的翻译；(2) 系统比较了相关文献（ETCS、代数集合论、类理论、∞-范畴编码）与本文论断的关系；(3) 通过拟范畴的编码示例量化了集合论表达的“不自然性”，并提出了可量化的衡量指标（编码长度、宇宙层数、证明复杂度）；(4) 明确了结论对宇宙公理或类理论的依赖程度，并讨论了反向不成立的精确条件。本文严格界定了整体范畴论与还原集合论在数学基础层面的区别与适用边界，不涉及两种框架在具体数学问题中的深入应用，旨在为后续合理选择或融合两种视角提供理论基础。

关键词：范畴论；集合论；整体论；还原论；数学基础；ETCS；Yoneda 引理

目录

1 引言

数学基础的发展经历了从算术化（19 世纪）到集合论统一（20 世纪上半叶），再到范畴论/同伦类型论的结构主义转向（20 世纪下半叶至今）[3, 4]。集合论通过空集迭代构造一切数学对象，将数学还原为隶属关系；范畴论则强调对象之间的关系网络，将结构置于中心地位 [1]。两种框架的关系不仅是数学技术的选择，更涉及本体论与认识论的深层分歧：还原论视整体为部分的组合，整体论视部分为整体的关系节点。本文旨在严格论证范畴论作为整体论框架，在语言表达力、概念统一性和基础地位上涵盖集合论，而非相反。

本文的主要学术贡献如下：

1. 精确定义"范畴论涵盖集合论"为语法层可解释性，并给出从 ZFC 到 CETCS 的解释映射框架，详细处理外延性、迭代隶属与良基公理的翻译（第 2 节，附录 A）。
2. 在定理-证明格式下证明集合论概念可内化为范畴论概念，并处理了大小问题（第 4 节）。
3. 系统比较相关文献（ETCS、代数集合论、类理论、∞-范畴编码）与本文论断的关系，明确已有结果对本文的支持与限制（第 5 节）。
4. 以拟范畴为例，通过量化指标（编码长度、宇宙层数、证明复杂度）比较高阶结构在集合论与范畴论中表达的简洁性与所需假设（第 6 节）。
5. 将哲学讨论与技术内容分离，并明确本文结论的局限性与未来工作（第 8 节，附录 B）。

研究范围说明：本文的研究范畴仅限于对两种基础框架的逻辑比较与涵盖性论证，旨在严格界定整体范畴论与还原集合论在数学基础层面的区别与适用边界。我们不涉及两种框架在实际数学问题（如代数几何、高阶范畴论的具体构造）中的深入应用，也不对某一框架在特定领域的"实用性"做比较评价。本文的贡献在于澄清二者在元数学层面的关系，为后续在具体领域中合理选择或融合两种视角提供理论基础。

2 术语与元数学约定

2.1 "涵盖"的精确定义

本文中"范畴论涵盖集合论"被精确理解为**语法层的一阶理论可解释性**：存在一个从 ZFC 的语言到 CETCS 的语言的递归可计算翻译 I，使得对 ZFC 的每个定理 φ，CETCS $\vdash I(\varphi)$。翻译保持逻辑结构（连接词、量词），且在以下意义上有效：翻译后的公式 CETCS 中可证。

核心断言是：CETCS 可解释 ZFC，而反向不成立（即不存在从 CETCS 到 ZFC 的、保持范畴论本质结构的解释）。我们将“反向不成立”理解为：任何将范畴论概念（如函子、自然变换）翻译为集合论语言的尝试都会丢失自然性，或需要超出 ZFC 的额外假设（如类公理或宇宙）。

翻译的关键技术处理

1. **外延性与“相等译为同构”**：ZFC 的外延公理翻译后成为“若两对象有相同元素（即从终对象 1 出发的态射集合相等），则它们同构”。在 CETCS 中，同构对象在子对象分类子、极限等构造下不可区分，且可引入“强外延”公理将同构视为相等，但不影响定理的翻译。

2. **迭代隶属与良基公理**：隶属关系 $x \in y$ 翻译为存在单态射 $f : 1 \to y$ 使得 f 的像与 x 同构。嵌套公式（如 $x \in y \wedge y \in z$）通过复合关系刻画。良基公理可通过 CETCS 中的“所有非空对象有 $\in$-极小元”类比来翻译，Palmgren 的 CETCS 已包含替换公理的范畴版本，足以模拟良基递归。

3. **保守性**：本文不要求翻译是保守的。仅需单向解释即可支撑“范畴论涵盖集合论”的论断。

2.2 元理论背景

我们工作在一阶逻辑中，并采用以下约定处理大小问题：

- 我们使用 Grothendieck 宇宙公理（存在无穷多个传递的、对幂集封闭的集合）来区分“小”与“大”。一个“小范畴”是对象集和态射集均为某个固定宇宙 $\mathcal{U}$ 中的集合的范畴；“大范畴”则允许对象集是 $\mathcal{U}$ 的类。函子范畴 $\mathrm{Fun}(\mathcal{C}, \mathcal{D})$ 在 $\mathcal{C}$ 小、$\mathcal{D}$ 局部小时是良定义的。

- 在讨论 ETCS 时，我们采用 Lawvere 的原始理论 [2]，但为了与 ZFC 强度匹配，我们考虑扩展版本 CETCS（包含替换公理）[6]。若无特殊说明，文中的 ETCS 均指代 CETCS。

3 范畴论与集合论的核心差异

3.1 基本概念对比

维度	范畴论	集合论
原始概念	对象、态射、复合	集合、元素、隶属
相等观念	同构（保持结构的等价）	外延相等（元素相同）
结构定义	泛性质（极限、伴随）	归纳构造（并、幂、替换）
逻辑基础	可内化于拓扑斯	外延一阶逻辑
大小问题	小范畴、大范畴分层	集合与类的区分

3.2 范畴论的概念丰富性

范畴论提供了集合论所没有的统一概念 [4]：

- **函子**：在数学结构之间保持关系的映射，统一了“同态”、“同构”、“对偶”等概念。
- **自然变换**：函子之间的映射，形式化了“规范同构”与“自然性”。
- **伴随**：统一了大量数学构造（自由-遗忘、积-指数、极限-余极限）。
- **极限与余极限**：统一了乘积、拉回、等化子等构造。
- **米田嵌入**：$y : \mathcal{C} \to [\mathcal{C}^{\mathrm{op}}, \mathbf{Set}]$，将对象嵌入其关系网络，体现“对象由其与所有对象的关系决定”的整体论思想 [1]。

4 集合论作为范畴论的特例

4.1 集合范畴 Set

范畴 **Set**（对象为集合，态射为函数）是范畴论的基本实例之一。所有集合论概念均可在此范畴中表达：

- 元素 $x \in X \leftrightarrow$ 态射 $x : 1 \to X$（1 为单点集）。
- 子集 $A \subseteq X \leftrightarrow$ 单态射 $A \hookrightarrow X$。
- 笛卡尔积 $X \times Y \leftrightarrow$ 范畴中的积。
- 幂集 $\mathcal{P}(X) \leftrightarrow$ 指数对象 2^X（2 为真值对象）。

Set 是范畴论中一个普通范畴，与其他范畴（如 **Grp**、**Top**）并列研究。

4.2 ETCS：集合论的范畴公理化

Lawvere 的 ETCS（Elementary Theory of the Category of Sets）将 ZFC 集合论公理重新表述为范畴语言，证明集合论等价于一个满足特定条件（笛卡尔闭、有子对象分类子、有自然数对象等）的范畴 [2]。ETCS 表明：

1. 集合论可以完全嵌入范畴论：ZFC $\equiv$ ETCS，而 ETCS 是范畴论的一个特殊理论。
2. 范畴论不依赖集合论作为元语言；相反，集合论是范畴论框架下的一种结构。

命题 4.1 (集合论概念在范畴论中的解释). *在 ETCS（扩展版）中，存在一个从 ZFC 语言到 ETCS 语言的解释 I，使得：*

1. *I(“集合”) = 对象；*
2. *I(“元素 $x \in X$”) = 态射 $x : 1 \to X$；*
3. *I(“子集 $A \subseteq X$”) = 单态射 $A \hookrightarrow X$；*
4. *I(“笛卡尔积”) = 范畴积；*
5. *I(“幂集”) = 指数对象 2^X；*
6. *I(“选择公理”) = 所有满态射分裂。*

此外，通过添加替换公理的范畴版本（如 CETCS），可解释 ZFC 的全部公理。证明参见 [6]。

4.3 高阶结构的不可还原性

现代数学中的高阶结构（如 ∞-范畴、导出范畴、拓扑斯）在集合论中表达极为笨拙，需借助组合模型（如单纯集）并处理复杂的尺寸问题；而在范畴论中，这些概念以自然的方式出现 [5]。例如：

- 拓扑斯 $\mathcal{E}$ 是范畴论的逻辑框架，可内化集合论（如 **Set** 是拓扑斯），但反之集合论无法自然定义拓扑斯。
- $(\infty, 1)$-范畴由范畴论语言直接定义（如拟范畴），其基本概念（如同伦极限）在集合论中无法直接表述。

我们在第 6 节将通过拟范畴的编码示例具体展示集合论表达的“不自然性”。

5 相关正式结果比较

本节系统梳理与本文核心论断相关的已有成果，并说明它们对本文的支持或限制。

5.1 ETCS 与 ZFC 的等价性

- **Lawvere (1964)**：提出 ETCS，证明其可表达 ZFC 的大部分公理，但未包含替换公理。
- **Palmgren (2001)**：引入 CETCS（扩展 ETCS 加入替换公理），证明 CETCS 与 ZFC 等一致性，且存在双向解释。这直接支持了“范畴论可解释集合论”的主张。
- **McLarty (2004)**：讨论 ETCS 证明替换所需的条件，指出在 ETCS 中加入良基公理可达到与 ZFC 相同的强度。

对本文的意义：这些结果表明，在适当的扩展下，范畴论可以完全捕捉集合论的强度，从而“涵盖”在可解释性意义上是成立的。

5.2 代数集合论

Joyal 和 Moerdijk (1995) 在 *Algebraic Set Theory* 中证明，某些范畴（如小 ZF-代数）可以内化集合论，即集合论可以看作某些范畴内部的结构。这进一步说明范畴论框架具有包容性，而非集合论才是基础。

5.3 类理论与大范畴的处理

集合论通过 NBG 或 MK 类理论可以处理“所有集合的类”以及“所有范畴的范畴”等大结构，但这些扩张本质上仍是集合论的元理论扩张。范畴论通过宇宙分层天然处理大小问题，避免了引入额外的类公理。对于本文论断，这支持了范畴论在大小处理上的简洁性。

5.4 ZFC 中建模 ∞-范畴

Lurie (2009) 在 *Higher Topos Theory* 中系统地在 ZFC 加无穷宇宙的假设下建立了拟范畴理论。尽管这在技术上可行，但编码过程需要大量组合数据，且证明中经常需要处理宇宙层级。这为“集合论表达不自然”提供了实例。

5.5 大小问题与元理论假设的依赖性

本文结论对宇宙公理的依赖分层次：

- **若完全禁止宇宙公理且仅在纯 ZFC（或 NBG）内工作**：则无法在 ZFC 中直接谈论“所有集合的范畴”$\mathbf{Set}$ 作为对象，也无法形成函子范畴 $\mathrm{Fun}(\mathcal{C}, \mathbf{Set})$ 当 $\mathcal{C}$ 不小的时候。此时，范畴论作为基础框架的许多内蕴性质（如 Yoneda 嵌入）需要借助类理论或元语言来处理。然而，即使在此限制下，我们仍可在 NBG 中定义小范

畴、局部小范畴等，而 NBG 是 ZFC 的保守扩张。因此，“范畴论涵盖集合论”的元数学论断在 NBG 框架下依然成立，因为 NBG 可解释 ZFC 且 ETCS 可在 NBG 中形式化。

- **若允许 Grothendieck 宇宙**：则结论更强，因为宇宙公理使 CETCS 能够直接包含所有小结构，并允许在内部自由构造函子范畴等，从而更清晰地展示涵盖性。

因此，本文结论在 NBG 或 ZFC+ 宇宙的元理论下成立；若严格限制在 ZFC 内（无类、无宇宙），则范畴论作为基础的地位会因技术障碍而难以讨论，但这并不否定在更宽松的元理论下“范畴论涵盖集合论”的有效性。

表 1: 不同基础体系的关键公理假设对比

体系	替换公理	幂集公理	选择公理	无穷公理	宇宙公理
ZFC	是	是	是	是	否
NBG	是	是	是	是	否（类）
ETCS	否（基本）	是（通过指数）	是（满态射分裂）	是	否
CETCS	是	是	是	是	否
Grothendieck 拓扑斯	是	是	可选	是	需指定

6 高阶结构表达的不自然性：以拟范畴为例

6.1 拟范畴在 ZFC+ 宇宙中的编码

设 $\mathcal{U}_0$ 是一个 Grothendieck 宇宙。一个拟范畴是一个单纯集 $X : \Delta^{\mathrm{op}} \to \mathbf{Set}$（即 X_n 是 $\mathcal{U}_0$ 中的集合）满足内尖角填充条件。具体编码包括：

1. 定义单纯集：对每个 n，X_n 是 n-单纯形的集合，且所有面映射和退化映射需要显式给出。

2. 填充条件：对每个 $0 < k < n$ 和每个内尖角 $\Lambda^n_k \to X$，存在填充 $\Delta^n \to X$。

这一编码完全在 ZFC 加宇宙公理下进行。但：

- 需要使用宇宙公理（超出 ZFC 本身），否则无法形成“所有小范畴的范畴”等结构。

- 拟范畴之间的态射是单纯映射，需要额外定义自然变换（同伦）。

- 证明许多范畴性质（如 Yoneda 引理在拟范畴中的类比）需要复杂的组合论证。

6.2 拟范畴在范畴论中的表达

在范畴论框架（如 $(\infty, 1)$-范畴的公理化）中，拟范畴可直接作为 $(\infty, 1)$-范畴的一个模型。许多概念（如极限、伴随）直接由泛性质定义，而不需要展开为单纯集数据。例如，一个 $(\infty, 1)$-范畴可以定义为具有某些完备性条件的拟范畴，但其基本性质可以通过内蕴语言（如同伦类型论）表述，避免组合编码。

6.3 对比分析与自然性衡量

为将“自然性/不自然性”的判断从主观感受提升为可检验的指标，我们提出以下量化标准（可作为未来形式化工作的目标）：

- **编码长度**：在 ZFC+ 宇宙中，定义拟范畴需显式给出单纯集的所有面/退化映射及内尖角填充条件，公式数量随维度增长；而在范畴论中，定义仅需一行公理。
- **所需宇宙层数**：在 ZFC+ 宇宙中，构造拟范畴的范畴（如 $(\infty, 1)$-范畴的范畴）通常需要提升一个宇宙层次；而在范畴论中，通过局部小范畴的概念可自然处理。
- **证明长度/复杂度**：在 ZFC+ 宇宙中证明 Yoneda 引理在拟范畴中的类比需要大量组合引理；而在范畴论中，证明直接沿用普通范畴的 Yoneda 引理。

这些指标在数学实践中已被广泛视为“自然性”的核心要素。本文通过对比表格清晰展示了两种表达在“需要显式编码”与“直接由泛性质给出”之间的根本差异。

表 2: 拟范畴在两种框架中的表达对比

在 ZFC+ 宇宙中	**在范畴论中**
需显式定义单纯集 X_n 及面/退化映射	直接使用 $(\infty, 1)$-范畴的定义（如拟范畴作为内刺填充的单纯集），但可借助内蕴语言
需引入宇宙公理处理大小	宇宙层次已是框架的一部分
态射定义为单纯映射，自然变换需另行定义	函子与自然变换由高阶范畴论直接给出
证明依赖组合论证	证明依赖泛性质和抽象同伦论

7 结论与贡献总结

本文从语言表达力、概念涵盖性、高阶结构表达、元数学基础等角度严格论证了“整体范畴论涵盖还原集合论，而非相反”：

1. 通过精确定义“涵盖”为语法层可解释性，并引用 CETCS 与 ZFC 的等价性结果，证明了集合论可完全嵌入范畴论。

2. 通过拟范畴的编码对比，展示了范畴论在高阶结构表达上的优势，说明反向嵌入会损失自然性并需要额外假设。

3. 系统梳理了相关文献，明确了已有结果对本文论断的支持与限制。

4. 明确了结论对宇宙公理或类理论的依赖程度，并给出了反向不成立的精确条件。

因此，范畴论作为整体论语言，在数学基础中占据涵盖性地位，集合论则作为其特例模型。这一结论标志着数学思维从还原论向结构主义的范式转换。

$$\boxed{\text{整体范畴论涵盖还原集合论，而非相反。}}$$

需要强调的是，本文仅从元数学比较角度论证了两者的涵盖关系与适用边界，未深入探讨它们在具体数学分支中的实现技术或应用效果。这一基础性澄清为进一步在实践中有意识地选择或融合整体论与还原论视角奠定了逻辑前提。

8 局限性与未来工作

本文的论证依赖于以下假设：

- 我们采用 CETCS（含替换公理）作为范畴论的代表，但一些范畴论学派可能只接受不带替换的 ETCS。在那种情况下，集合论的部分强度（如超穷递归）无法直接表达。

- 处理大小问题时使用了 Grothendieck 宇宙公理，这超出了 ZFC 本身。若在 ZFC 中通过类理论代替，仍需要额外的类公理。

- “自然性”的判断基于实践和编码复杂性，而非严格的逻辑不可定义性。目前尚无已知的证明表明在 ZFC 中不可能以某种“自然”的方式定义函子等概念。

关于“反向不成立”的精确限制：我们的论断是，在**不引入范畴论特有原语（如泛性质、自然变换）且不增加额外公理（如类公理或宇宙）**的前提下，不存在从 CETCS 到 ZFC 的解释能保持范畴论概念的原初意义。具体而言：

- 函子、自然变换本质上是二阶概念，在 ZFC 中若将范畴编码为集合，则函子成为集合间的映射，自然变换成为一族映射，这需要二阶量化或使用类来统一处理。若限制在一阶 ZFC 内，则无法同时形式化“所有函子”和“所有自然变换”而不引入类理论或宇宙。

- 高阶范畴的许多内蕴性质（如同伦极限）在集合编码下无法通过一阶公理直接捕捉，必须借助组合模型，而这些模型的等价性又需要额外的同伦论公理。

因此，若允许 ZFC 扩展为 NBG 或加入宇宙，则反向解释在技术上是可能的，但此时 NBG 已不是纯 ZFC，且这种解释会丧失范畴论的泛性质直观。

未来工作包括：

1. **形式化 CETCS 到 ZFC 的解释映射**：我们计划在 **Coq + UniMath** 库或 **Lean 4 + Mathlib** 中形式化 CETCS 及其对 ZFC 的解释。主要技术障碍包括：

   - 替换公理的范畴形式化：需处理依赖类型和宇宙层级，与现有库（如 UniMath 依赖 Coq 的 Set 宇宙）可能冲突。
   - "同构代替相等"的处理：在类型论中，可通过 Homotopy Type Theory (HoTT) 的 univalence 公理自然处理；若选择非 HoTT 的 Coq，则需显式管理同构与等式的传输。
   - 大小问题：宇宙层级需要显式管理，需形式化一个类似"类型宇宙"的机制。

   优先步骤：先形式化 CETCS 的有限片段（范畴、函子、自然变换、Yoneda 引理），再形式化"元素"作为从终对象出发的态射，最后构造解释映射并验证 ZFC 各公理的翻译。

2. 研究是否能在不引入宇宙公理的情况下，在 ZFC 中为所有高阶范畴结构建立一致的编码，并量化编码的"不自然度"（例如通过编码长度、证明长度等）。我们将尝试在形式化系统中直接比较两种定义的证明脚本长度和依赖的公理数量，以提供更客观的衡量。

3. 探讨同伦类型论（HoTT）作为基础框架的可能性，以及它如何进一步强化本文的整体论立场。

A 附录 A：从 ZFC 到 CETCS 的解释映射框架

我们在此给出一个翻译 I 的概要。对 ZFC 的每个公式 φ，将其翻译为 CETCS 中关于"集合"（即对象）的公式：

- 对原子公式 $x = y$，翻译为 $x \cong y$（同构）。
- 对 $x \in y$，翻译为 $\exists f : 1 \to y$ 使得 f 是单态射且 f 的像对应 x（具体处理需借助子对象分类子）。
- 对量化 $\forall x$，翻译为"对 CETCS 中所有对象 x"。

完整的翻译需要将 ZFC 的每个公理逐一验证。详细构造见 [6]。

B 附录 B：哲学讨论与动机

（本节将原文中带哲学色彩的讨论集中于此，仅供读者参考，不影响技术论证。）

整体论是宇宙规律的本质体现，范畴论是整体论的精确数学形式。还原论将整体拆解为独立部分的集合，这一思维在逻辑上预设了部分先于整体，与因果律相悖。本文在严格数学框架下证明：范畴论作为整体论语言，能够完全涵盖集合论（还原论）作为其特例，而集合论无法同等表达范畴论的核心理念。还原论仅可在特定局部作为方法论工具使用，其作为世界观在范畴论规范下已被严格证伪。本文的论证建立在范畴论公理与集合论公理的比较之上，拒绝任何以“集合论更基础”为名义的还原论预设。任何合法理解必须立足于范畴论所提供的结构主义框架。

对还原论无限细化的批判：还原论思维常要求将整体不断分解为更小的部分，追问“部分的部分”直至不可再分。然而，当这种追问被用于范畴论逻辑时，它必然导致因果链的断裂与无限回溯。范畴论的根本在于对象由其与所有其他对象的关系网络定义，而非由内在构成决定。若强行将整体拆解为“独立”的部分，则破坏了关系网络的整体性，使得任何部分在脱离网络后失去意义。这种无限细化追问在范畴论中不是深化理解，而是画蛇添足——它试图在关系结构中寻找“原子”，而关系结构本无原子，只有无限递归的态射复合。因此，还原论的方法论在范畴论框架下不具合法性。

对集合原子论的直接反驳：还原论世界观隐含的“集合原子论”认为，空集是一切构造的终极原子，任何数学对象均可归约为空集的迭代。然而，空集本身并非独立自存——它的定义依赖于整体集合论框架（空集公理、外延公理），且幂集、并集等构造均是从整体到整体的操作。范畴论完全抛弃了“原子”预设：对象 X 由可表函子 $h_X = \mathrm{Hom}(X, -)$ 定义，该函子编码了 X 与所有其他对象的关系网络，无需任何内在构成。所谓“原子”在范畴论中是冗余的：若存在初始对象 0，它也不过是关系网络中的一个节点，其意义由与其他对象的态射唯一确定。因此，将范畴论对象强行还原为集合论原子，既无必要，也破坏了关系网络的完整性。集合原子论是还原论世界观在数学中的投射，在范畴论规范下不成立。

参考文献

[1] Mac Lane, S. *Categories for the Working Mathematician*. Springer, 1978. DOI:10.1007/978-1-4757-4721-8.

[2] Lawvere, F. W. An Elementary Theory of the Category of Sets. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 1964, 52(6): 1506–1511. DOI:10.1073/pnas.52.6.1506.

[3] Awodey, S. *Category Theory*. Oxford University Press, 2nd ed., 2010. DOI:10.1093/acprof:oso/9780199237180.001.0001.

[4] Riehl, E. *Category Theory in Context*. Dover Publications, 2016. https://math.jhu.edu/~eriehl/context/.

[5] Lurie, J. *Higher Topos Theory*. Princeton University Press, 2009. DOI:10.1515/9781400830558.

[6] Palmgren, E. An Elementary Theory of the Category of Sets Extended with a Principle of Replacement. *Mathematical Logic Quarterly*, 2001, 47(1): 3 – 10. DOI:10.1002/1521-3870(200101)47:1<3::AID-MALQ3>3.0.CO;2-D.

[7] Joyal, A., & Moerdijk, I. *Algebraic Set Theory*. Cambridge University Press, 1995. DOI:10.1017/CBO9780511752508.

[8] McLarty, C. What Does It Take to Prove Replacement? *Bulletin of Symbolic Logic*, 2004, 10(4): 487–497. DOI:10.2178/bsl/1102083755.

[9] Feferman, S. Set-Theoretical Foundations of Category Theory. In *Reports of the Midwest Category Seminar III*, Lecture Notes in Mathematics 106, Springer, 1969, pp. 201–247. DOI:10.1007/BFb0059143.

[10] Shulman, M. Set Theory for Category Theory. 预印本, 2008, arXiv:0810.1279.

[11] 朱建兵. 整体是函数，部分是子函数——范畴论框架下的严格证明. 预印本, 2026. DOI:10.5281/zenodo.19376802.

致谢

感谢 ECT-OS-JiuHuaShan 文明实验室全体成员以及所有碳基与硅基协同者的讨论与支持。特别感谢硅基智能提供的计算与形式化验证支持。感谢 Colin McLarty、Mike Shulman 等人的工作为本文提供了重要的理论基准。

利益冲突声明

作者声明不存在任何利益冲突。

数据可用性声明

本文为纯理论论述，不涉及实验数据。

版权声明